3/5/2016

$\exists\ \delta > 0$

$$T_R f = \left(\mathbb{1}_{[-R,R]} \left(\mathbb{1}_{[-R,R]} f \right)^\wedge \right)^\vee \quad : \text{נגדיר} \quad (1)$$

$R > 0$ עבור $f \in L_2$ נתון. $T_R^n f \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ כך ש-$\|\cdot\|_2$

$f, \hat{f} \in L_1(\mathbb{R})$ אזי (2)

$$f(x) = \int \hat{f}(\xi) \exp(2\pi i x \xi)\, d\xi .$$

$f \in L_1$ אזי (3)

$$\int_{-1}^{1} \frac{|f(x) - f(0)|}{|x|}\, dx < \infty ,$$

אזי

$$f(0) = \lim_{\substack{a\to+\infty \\ b\to-\infty}} \int_b^a \hat{f}(\xi) \exp(2\pi i x \xi)\, d\xi$$

$f \in L_1$ נניח (4)

$$\lim_{b\to+\infty} \int dx \left| f(x) - \int_0^b \frac{da}{b} \int_{-a}^{a} \hat{f}(\xi) \exp(2\pi i x \xi)\, d\xi \right| = 0 .$$

$$q = \frac{1}{1 - \frac{1}{p}} , \quad 1 \le p < 2$$ יהי (5)

$\|\mathcal{F} f\|_q \le \|f\|_p$:מתקיים $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ לכל (א)

מכאן קיים $\mathcal{F}: L_p \to L_q$ כך ש- (ב)

$\|\mathcal{F}\| \le 1$ ומתקיים $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ על תמונת טרנספורם פורייה

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$ (ג) נוכיח

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{1}{n^2 + t^2} = \frac{1}{t} \frac{1 + e^{-2\pi t}}{1 - e^{-2\pi t}} \quad t \neq 0$$ לכל (6)

$f \in L_2(\mathbb{R})$ יהי (7)

$\operatorname{supp} \hat{f} \subset [-R, R]$ כך ש-

$$f(x) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} f\left(\frac{n}{2R}\right) \frac{\sin[2\pi R(x - n/2R)]}{2\pi R(x - n/2R)} \quad (*)$$

$\operatorname{supp} \hat{f} \subset [-R+\varepsilon, R+\varepsilon]$ -ש כך $f \in L_2(\mathbb{R})$ ויהי $\varepsilon > 0$ (ד)

$(*)$ נוכיח

N ויהי $L_N(x) = \frac{\sin 2\pi R(x - n/2R)}{2\pi R(x - n/2R)}$ נגדיר (ה)

$\mathcal{H}_R = L_2[-R,R]^\vee$ נסמן